

## Математическое моделирование процессов в агропромышленном комплексе и проблемы управления

УДК 551. 583: 631

### О ВЛИЯНИИ ВОЗМОЖНОЙ АСИММЕТРИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УРОЖАЕВ НА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ РИСКОВ К ИЗМЕНЕНИЯМ КЛИМАТА

**В. П. Якушев, Е. Е. Жуковский**

*ГНУ Агрофизический научно-исследовательский институт Россельхозакадемии*

*Гражданский проспект, 14, Санкт-Петербург, 195220*

*E-mail: vyakushev@agrophys.ru; yevgeniyzhukovskiy@yandex.ru*

*Поступила в редакцию 29 июля 2012 г., принята к печати 08 августа 2012 г.*

Исследуется вопрос, в какой степени возможная асимметрия распределения потенциального (теоретически возможного) урожая, рассматриваемого как варьирующая от года к году случайная величина, влияет на уровень сельскохозяйственных рисков и их чувствительность к изменениям климата. На примере логнормального закона продемонстрировано, что при положительной асимметрии распределения неблагоприятные климатические изменения могут повышать риск крупных неурожаев в существенно большей степени, чем при сопоставимых симметричных, в частности, нормальном распределении. Приводятся численные оценки, подтверждающие сделанный вывод.

**Ключевые слова:** изменения климата, урожай, вероятность, асимметрия, риск.

#### ВВЕДЕНИЕ

Объективная оценка ожидаемых последствий изменения климата в земледелии является необходимым условием обеспечения устойчивого функционирования сельскохозяйственной отрасли и служит основой для разработки оптимальных стратегий её климатической адаптации (Гордеев, 2007; Иванов, 2009; Сиротенко, Грингоф, 2006; Reilly, 2003 и др.). Среди многочисленных исследований, посвящённых данной проблеме, выделяется группа работ, объединённых так называемым «вероятностным» подходом к её решению (Жуковский и др., 1984, 1992; Бельченко, 1990; Якушев, Жуковский, 2011), в основе которого лежат следующие принципы:

1. Предполагается, что в условиях конкретного климата ресурсы земледелия определяются величиной потенциально возможного урожая, который теоретически достижим в рассматриваемых условиях и интерпретируется как варьирующая от года к году случайная величина с заданным распределением вероятностей.

2. Последствия изменений климата оцениваются по ожидаемым изменениям характеристик распределения потенциально возможного урожая.

3. При проведении соответствующих исследований вместо традиционных оценок

средней урожайности первоочередное значение придаётся анализу и прогнозу климатообусловленных изменений риска хозяйственно опасных (по принятой терминологии – «крупных») неурожаев.

Следует подчеркнуть, что в рамках обсуждаемой методологии речь идёт не о фактических урожаях, которые, помимо климата, зависят также от применяемой агротехнологии и других, непосредственно не связанных с климатом факторов земледелия, а именно о теоретически достижимой продуктивности, или, как принято говорить, биоклиматическом потенциале, являющемся количественной характеристикой агроклиматических ресурсов.

Репрезентативными показателями потенциальных возможностей агроэкосистем в конкретных почвенно-климатических условиях могут, к примеру, служить известные категории климатически обеспеченного и действительного возможного урожаяев (Тооминг, 1982; Жуковский, Сепп, Тооминг, 1989). Существуют и другие индикаторы, выбор которых не является принципиальным. Следует только помнить, что вне зависимости от конкретного вида выбранного показателя потенциальные урожаи во всех случаях будут являться косвенно определяемыми величинами, для нахождения которых могут использоваться различные расчётные методы.

Наиболее перспективной представляется методология имитационного моделирования. При практическом использовании данного инструментария в ходе соответствующих численных экспериментов с помощью динамической модели продукционного процесса рассчитываются значения теоретически возможного урожая, отвечающие погодным условиям отдельных лет, и по полученной модельной выборке строится распределение вероятностей, характеризующее конкретный климат с точки зрения его благоприятности для земледелия и потенциала продуктивности посевов (Бельченко, 1990; Полуэктов и др., 2011; Сиротенко, 2005, Saue, Kadaja, 2011, Kadaja, Tooming, 2004).

Помимо того, что вероятностная концепция сама по себе более адекватно отражает факт ежегодной изменчивости условий формирования урожая и соответствующего варьирования потенциала продуктивности, существуют два дополнительных довода в пользу перехода от традиционных оценок климатообусловленных изменений средней урожайности к оценкам ожидаемых изменений рисков (Якушев, Жуковский, 2010).

Во-первых, по сравнению со средними урожаями, риск представляется существенно более значимым фактором в хозяйственном отношении. Высокие риски всегда опасны, и их повышение часто может служить решающим доводом в пользу реализации тех или иных проектов по совершенствованию существующих систем земледелия.

Другим важным моментом является значительно более высокая климатическая чувствительность рисков. Численные оценки, подтверждающие данный факт, были получены для случая, когда варьирование урожаев подчиняется нормальному закону. Возникает, однако, вопрос: в какой степени сделанные ранее выводы могут быть распространены на ситуации, когда распределение потенциального урожая отличается от нормального, в частности, когда оно обладает выраженной асимметрией. Данный вопрос является предметом обсуждения в настоящей работе.

## ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ

В основе последующего анализа лежит математическая модель, в рамках которой потенциальный урожай  $Y$ , отражающий агроклиматические ресурсы рассматриваемого сельскохозяйственного региона, интерпретируется как случайная величина с конкретными значениями  $y$ , средним значением  $\bar{Y}$  и известным распределением вероятностей, заданным функцией плотности  $g(y)$  или интегральным законом  $G(y)$ .

На рис. 1 представлена ситуация, когда вследствие определённых климатических изменений кривая плотности вероятностей  $g(y)$ , отвечающая современному климату, сдвигается влево, в сторону более низких урожаев на величину  $\Delta\bar{Y}_1 = \bar{Y}_1 - \bar{Y}_0$ . Таким образом, рассматривается случай, когда с точки зрения среднего значения потенциала продуктивности агроклиматические условия становятся менее благоприятными. Стоит отметить, что здесь и в дальнейшем индекс «0» указывает на принадлежность рассматриваемой величины современному климату, а индекс «1» – климату будущего; соответственно, величины  $\bar{Y}_0$  и  $\bar{Y}_1$  характеризуют среднюю урожайность (средний потенциал продуктивности) в современных и будущих климатических условиях.

Исходя из хозяйственных соображений, зададим некоторую критически низкую урожайность  $Y = Y_{кр}$  и определим риск как вероятность события  $Y < Y_{кр}$ , которое интерпретируется как «крупный неурожай». Очевидно, что определенная таким образом величина – обозначим её через  $P$  – в количественном выражении равна площади области, расположенной под кривой плотности вероятностей урожаев слева от вертикали  $Y = Y_{кр}$ . На рис. 1 данная область выделена штриховкой. Очевидно, что при сдвиге кривой распределения влево рассматриваемая критическая область увеличивается и, соответственно, риски крупных неурожаев растут. Следует отметить также, что величина  $N = 1/P$ , обратная  $P$ , будет в данном случае характеризовать повторяемость неблагоприятных событий  $Y < Y_{кр}$ . Таким образом,  $N$  определяет частоту крупных неурожаев.

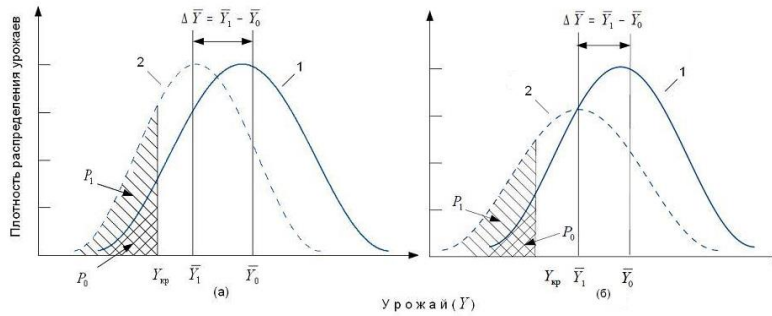


Рис. 1. Примеры влияния изменений климата на урожай как случайную величину: а – параллельный сдвиг; б – сдвиг и деформация кривой распределения; 1 – современный климат; 2 – будущий климат.

Помимо показанного на рис. 1а параллельного сдвига кривой распределения влево дополнительным фактором роста рисков может стать климатообусловленное изменение формы кривой распределения, в частности, возрастание дисперсии колебания урожаев (рис. 1б). Последнее кажется вполне вероятным, поскольку, как показывают исследования, происходящие в настоящие время изменения климата проявляются не только в положительном тренде температур, но также в росте аномальности климата, что, в свою очередь, объективно ведёт к снижению устойчивости климатозависимых отраслей экономики (Бедрицкий и др., 2007). В дальнейшем, однако, внимание в работе будет уделено только климатообусловленным сдвигам кривой распределения урожая, т.е. ситуации, иллюстрируемой рис. 1а.

В рамках принятой вероятностной концепции последствия изменений климата оцениваются с помощью относительного показателя

$$\eta = P_1/P_0, \tag{1}$$

который в случае  $P_1 > P_0$ , т.е. при неблагоприятных (в указанном выше смысле) климатических изменениях, приобретает смысл коэффициента повышения риска.

**Нормальная модель.** В данном случае интересующее распределение вероятностей потенциального урожая  $Y$  является симметричным и, как очевидно, полностью определяется двумя параметрами: средней многолетней урожайностью  $\bar{Y}$  и средним квадратическим отклонением урожаев  $\sigma$ .

Данный случай ранее уже подробно исследовался (Жуковский и др., 1992; Якушев, Жуковский, 2010), и поэтому здесь достаточно будет воспроизвести лишь некоторые

из полученных результатов с целью последующего сопоставления их с аналогичными результатами для логнормального закона, которым предполагается моделировать распределения урожая с выраженной асимметрией.

При задании в качестве начального условия некоторой критически низкой урожайности  $Y = Y_{кр}$  и известных параметрах  $\bar{Y} = \bar{Y}_0$  и  $\sigma = \sigma_0$ , характеризующих современные климатические условия, коэффициент повышения риска  $\eta$ , отвечающий климатообусловленному сдвигу кривой распределения урожая на величину  $\Delta\bar{Y}_1 = \bar{Y}_1 - \bar{Y}_0$ , можно рассчитать по формуле:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{\theta Y_{кр} - \theta \bar{Y}_1}{C_v}\right)}{\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{\theta Y_{кр}}{C_v}\right)}. \tag{2}$$

В указанном выражении  $\theta Y_{кр} = (\Delta Y_{кр} / \bar{Y}_0) \times 100\%$  и  $\theta \bar{Y}_1 = (\Delta \bar{Y}_1 / \bar{Y}_0) \times 100\%$  – процентные отклонения величин  $Y_{кр}$  и  $\bar{Y}_1$  от  $\bar{Y}_0$ ;  $C_v = (\sigma_0 / \bar{Y}_0) \times 100\%$  – коэффициент вариации урожаев, рассчитанный для современных условий;  $\Phi$  – интеграл вероятностей (нормированная функция Лапласа). Выражение (2) записано в предположении неизменной формы исходной кривой распределения, что для рассматриваемой нормальной модели эквивалентно равенству  $\sigma_1 = \sigma_0$ .

Возможна и другая постановка той же задачи. А именно, вместо того, чтобы заранее, как сделано выше, априори фиксировать некоторую критически низкую урожайность

$Y_{кр}$  и, исходя из неё, рассчитывать риски, можно, наоборот, заранее выбрать некоторый уровень риска  $P_0$  и относить далее к «крупным неурожаем» любые отрицательные аномалии потенциальной продуктивности, имеющие в современных условиях вероятность более низкую, чем  $P_0$ . Несложно показать, что в данном случае расчетная формула для нахождения коэффициента повышения риска будет иметь вид:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} - \Phi\left(t_0 + \frac{\theta \bar{Y}_1}{C_v}\right)}{P_0} \quad (3)$$

Здесь  $t_0$  – корень уравнения

$$\Phi(t) = \frac{1}{2} - P_0, \quad (4)$$

а остальные обозначения такие же, как и ранее, причём выражение (3), как и (2), записано в предположении, что  $\sigma_1 = \sigma_0$ .

Очевидно, что при задании конкретной функции распределения пороговая урожайность  $Y_{кр}$  и начальный риск  $P_0$  оказываются величинами однозначно связанными. Для рассматриваемой нормальной модели данная связь, в частности, определяется простым соотношением:

$$Y_{кр} = \bar{Y}_0 - t_0 \sigma_0, \quad (5)$$

из которого следует, что  $\theta Y_{кр} = -t_0 C_v$ . Подстановка указанного равенства в формулу (2) приводит последнюю к виду (3). Таким образом, соотношения (2) и (3) оказываются эквивалентными.

**Логнормальная модель.** Как уже отмечалось, в качестве базовой модели, позволяющей исследовать влияние асимметрии распределения урожая на уровень и климатическую чувствительность рисков, в настоящей работе использовалось логнормальное распределение, точнее – некоторые его простые модификации, о которых будет сказано ниже.

Известно (см., например, Абезгауз и др., 1960), что обычное логнормальное рас-

пределение определяется функцией плотности вероятностей

$$g(y) = \begin{cases} 0 & y \leq 0 \\ \frac{1}{y\nu\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\nu^2}\left(\ln\frac{y}{m}\right)^2} & y > 0, \end{cases} \quad (6)$$

а соответствующий (6) интегральный закон, характеризующий вероятность события  $Y < y$  и позволяющий, таким образом, непосредственно рассчитывать интересующую величину риска, имеет вид

$$G(y) = \begin{cases} 0 & y \leq 0 \\ \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{1}{\nu} \ln \frac{y}{m}\right) & y > 0 \end{cases} \quad (7)$$

Входящие в указанное выражение параметры  $m$  и  $\nu$  определяют форму и числовые характеристики логнормального распределения, которое условно можно назвать стандартным, отличая его тем самым от модификаций логнормального закона, используемых дальше для аппроксимации асимметричных распределений урожая. При любых  $m$  и  $\nu$  стандартное логнормальное распределение обладает более или менее выраженной положительной асимметрией, ограничено слева нулевым значением варьирующей переменной и имеет приближающийся асимптотически к нулю «хвост» справа.

Очевидно, что распределения, предназначенные для моделирования случайных вариаций урожая, должны выглядеть несколько иначе. Во-первых, как продемонстрировано на рис. 2, в зависимости от конкретных условий в данном случае может потребоваться воспроизводить не только положительную, но и отрицательную асимметрию. Во-вторых, близкие к нулю значения урожая всегда крайне маловероятны. Поэтому соответствующие аппроксимирующие распределения должны «начинаться» или «заканчиваться» на некотором удалении от нуля. Стандартный логнормальный закон данным условиям, очевидно, не удовлетворяет. Однако легко понять, что соответствующие ограничения довольно просто преодолеваются.

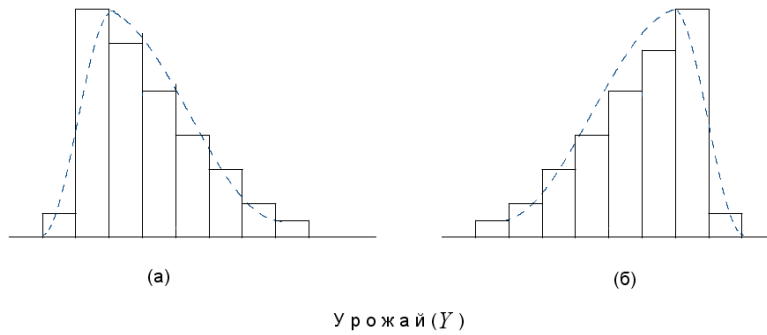


Рис. 2. Аппроксимация гистограмм распределения урожая модифицированным логнормальным законом с положительной (а) и отрицательной (б) асимметрией.

В частности, для описания положительно асимметричных распределений, сдвинутых относительно нуля на  $a$  единиц вправо, в выражениях (6) и (7) достаточно перейти от переменной  $y$  к разности  $y - a$ . Полученный в результате такого преобразования модифицированный логнормальный закон в интегральной форме имеет вид:

$$G(y) = \begin{cases} 0 & y \leq a \\ \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{1}{\nu} \ln \frac{y-a}{m}\right) & y > a \end{cases} \quad (8)$$

Очевидно, что мода, медиана и среднее значение  $Y$  в данном случае будут превышать соответствующие параметры стандартного логнормального закона на величину  $a$ . В частности, оказывается справедливо равенство

$$\bar{Y}_0 = me^{\nu^2/2} + a, \quad (9)$$

в котором первое слагаемое есть среднее значение случайной величины, подчиняющейся стандартному логнормальному распределению (6). Что касается дисперсии, то при параллельном сдвиге кривой распределения она, естественно, не меняется.

Аналогичным образом для аппроксимации распределений урожая, характеризующихся отрицательной асимметрией, в исходных формулах (6) и (7) достаточно перейти от значений  $y$  к разности  $y - a$ . Такое преобразование будет обеспечивать зеркальное отражение стандартной логнормальной кривой (6) относительно оси ординат и последующий сдвиг отражённой кривой на  $a$  единиц вправо, что и требуется для получения аппроксимаций типа, показанного на рис. 2б.

В настоящей работе целесообразно ограничиться более подробным анализом ситуации с положительной асимметрией. В частности, используя выражения (7)–(9), легко получить интересные формулы для расчёта коэффициента повышения риска. При этом в зависимости от содержания, которое вкладывается в понятие «крупный неурожай», будут справедливы следующие соотношения.

В том варианте задачи, когда априори фиксируется некоторая критически низкая урожайность, т.е. устанавливается порог  $Y_{кр}$  или соответствующая ему относительная величина  $\theta Y_{кр}$ , коэффициент  $\eta$  рассчитывается по формуле:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} + \Phi\left[\frac{1}{\nu} \ln\left(e^{\nu^2/2} + \frac{\theta Y_{кр} - \theta \bar{Y}_1 \cdot \bar{Y}_0}{100} \cdot \frac{\bar{Y}_0}{m}\right)\right]}{\frac{1}{2} + \Phi\left[\frac{1}{\nu} \ln\left(e^{\nu^2/2} + \frac{\theta Y_{кр} \cdot \bar{Y}_0}{100} \cdot \frac{\bar{Y}_0}{m}\right)\right]} \quad (10)$$

В других случаях, когда вместо  $Y_{кр}$  (или, соответственно,  $\theta Y_{кр}$ ) в качестве начального условия априори задаётся некоторый допустимый уровень риска  $P_0$ , коэффициент  $\eta$  определяется соотношением

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} + \Phi\left[\frac{1}{\nu} \ln\left(e^{-\nu_0} - \frac{\theta \bar{Y}_1 \cdot \bar{Y}_0}{100} \cdot \frac{\bar{Y}_0}{m}\right)\right]}{P_0} \quad (11)$$

Формулы (10) и (11) аналогичны формулам (2) и (3), записанным ранее для модели с нормальным распределением. Несложно также убедиться, что в данном случае справедливо равенство

$$Y_{кр} = me^{-\nu_0} + a, \quad (12)$$

аналогичное (5). С учётом (12) выражение (10) легко приводится к виду (11). Таким образом, формулы (10) и (11), подобно (2) и (3), в содержательном смысле эквивалентны.

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В качестве примера, иллюстрирующего изложенную методологию, рассмотрим ситуацию, когда распределение потенциального урожая характеризуется положительной асимметрией и с достаточной для практических целей точностью аппроксимируется логнормальным законом (8) с параметрами  $m = 10 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$ ,  $\nu = 0.6$  и  $a = 28 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$ . Как показывают расчёты, мода, медиана и среднее значение урожая в данном случае оказываются равны, соответственно,  $35 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$ ,  $38 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$  и  $40 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$ , среднее квадратическое отклонение составляет  $7.9 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$ , а коэффициент вариации – около 20%. Будем считать, что приведенные цифры характеризуют

потенциальные ресурсы продуктивности при современном климате. На рис. 3 отвечающая данному случаю кривая плотности вероятностей представлена непрерывной линией. Здесь же пунктиром представлена кривая нормальной плотности, построенная для тех же значений среднего урожая и среднего квадратического отклонения. Таким образом, сравниваемые распределения являются сопоставимыми в смысле равенства двух первых статистических моментов.

Для одного и другого случая по формулам (3) и (11) были рассчитаны значения коэффициента повышения риска  $\eta$ , отвечающие различным парам значений начального риска  $P_0$  и ожидаемого процентного снижения средней урожайности  $\theta \bar{Y}_1$ . Результаты соответствующих расчётов представлены в таблице.

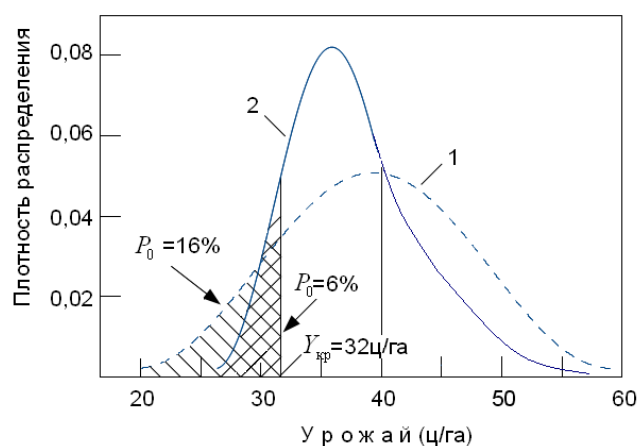


Рис. 3. Кривые сопоставимых нормального (1) и модифицированного логнормального (2) распределений при одинаковых значениях среднего урожая ( $\bar{Y}_0 = 40 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$ ) и среднего квадратического отклонения ( $\sigma_0 = 7.9 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$ ).

Таблица. Коэффициент повышения риска  $\eta$  при положительно асимметричном логнормальном (числитель) и сопоставимом нормальном (знаменатель) распределениях потенциального урожая

Начальный риск $P_0$ , %	Ожидаемое снижение средней урожайности $\theta \bar{Y}_1$ , %					
	-5.0	-7.5	-10.0	-12.5	-15.0	-20.0
20	1.8 / 1.4	2.2 / 1.6	2.5 / 1.8	2.8 / 2.1	3.1 / 2.3	3.6 / 2.8
15	2.0 / 1.4	2.5 / 1.7	3.0 / 2.0	3.5 / 2.3	3.9 / 2.6	4.6 / 3.2
10	2.5 / 1.5	3.3 / 1.8	4.0 / 2.2	4.8 / 2.6	5.4 / 3.0	6.5 / 3.9
5	3.5 / 1.6	5.1 / 2.0	6.5 / 2.5	8.2 / 3.1	9.6 / 3.7	12.1 / 5.2

Главный вывод, который следует из рассмотрения указанных данных, состоит в том, что высокая климатическая чувствительность рисков, характерная для случая нормального распределения урожая, при положительной асимметрии распределения не только сохраняется, но в большинстве случаев существенно возрастает. В качестве подтверждения рассмотрим более подробно ситуацию, когда снижение среднего урожая, вызванное изменением климата, составляет 10% ( $\theta\bar{Y}_1 = -10\%$ ), а «крупными» условно считаются неурожай, которые при современном климате характеризуются вероятностью (начальным риском)  $P_0 = 15\%$ . Из таблицы следует, что в данном случае коэффициент повышения риска при нормальном распределении урожаев оказывается равен 2.0, а при положительно асимметричном логнормальном распределении – 3.0.

При снижении начального (априори задаваемого) уровня риска  $P_0$ , что, как нетрудно понять, отвечает снижению пороговой урожайности  $Y_{кр}$  и, соответственно, возрастанию абсолютной величины  $\theta Y_{кр}$ , влияние асимметрии распределения на чувствительность рисков растёт. К примеру, при том же, что и ранее  $\theta\bar{Y}_1 = -10\%$ , но меньшем  $P_0$ , устанавливаемом на уровне 5% вместо прежних 15%, коэффициент  $\eta$  в случае нормального распределения урожая возрастает с 2.0 до 2.5, а в случае сопоставимого с ним логнормального распределения – с 3.0 до 6.5.

Стоит напомнить, что при фиксации конкретного значения начального риска  $P_0$  пороговая урожайность  $Y_{кр}$  оказывается величиной расчётной. Данный факт отражают формулы (5) и (12), и, согласно выполненным по ним оценкам, в рассмотренном примере задание  $P_0 = 15\%$  эквивалентно выбору  $Y_{кр} = 31.8 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$  для нормальной модели и  $Y_{кр} = 33.4 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$  – для логнормальной.

Аналогичным образом при априорном задании в качестве начального условия пороговой урожайности  $Y_{кр}$  расчётной и зависящей от характера распределения урожая величиной оказывается риск  $P_0$ . При этом общий принцип оценки последствий климатических изменений остается без изменений. К примеру, предположим, что хозяйственно

неприемлемыми считаются 20-ти процентные и более редкие (а, следовательно, и более значительные) отклонения урожая от его сегодняшнего среднего уровня  $\bar{Y}_0$ . Иными словами, установим  $\theta Y_{кр} = -20\%$ , что при  $\bar{Y}_0 = 40 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$  будет соответствовать  $Y_{кр} = 32 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$ . Как показывают расчеты, величина  $P_0$ , которая в данном случае имеет смысл вероятности события  $Y < 32 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$ , составляет при этом около 16% для нормального закона и около 6% – для логнормального. Таким образом, неблагоприятные по потенциалу продуктивности годы в современных условиях повторяются с частотой раз в 6 лет и раз в 16 лет соответственно.

Допустим теперь, что вследствие неблагоприятных климатических изменений средняя потенциальная продуктивность в будущем снизится на ту же, что в предыдущем примере, величину  $\theta\bar{Y}_1 = -10\%$ . Как следует из таблицы, в данном случае риск неурожая, меньших  $32 \text{ ц} \cdot \text{га}^{-1}$ , возрастёт примерно в 2 раза для нормального распределения и примерно в 6 раз – для логнормального. Более точные значения  $\eta$ , рассчитанные по формулам (3) и (12), составляют соответственно, 1.9 и 5.7.

Приведенные оценки, безусловно, носят частный характер. Однако они, тем не менее, иллюстрируют важную общую закономерность. Можно утверждать, что при одном и том же сдвиге кривой распределения урожая влево, т.е. при её смещении в сторону более низких продуктивностей, риск крупных неурожая при положительной асимметрии распределения возрастает в существенно большей степени, чем при симметричных, в частности, нормальном распределении. Таким образом, положительная асимметрия распределения урожая будет значительно повышать чувствительность критерия риска, используемого в качестве индикатора сельскохозяйственных последствий климатических изменений.

**ВЫВОДЫ**

1. Рассмотренные модели и полученные на их основе численные оценки показывают, что асимметрия закона распределения потенциального урожая является важным фактором, существенно влияющим на уровень сельскохозяйственных рисков и их чувствительность к возможным климатическим изменениям.

2. При выраженной положительной асимметрии климатообусловленный сдвиг кривой распределения урожая влево, в сторону более низких уровней продуктивности повышает риск крупных неурожаев в суще-

ственно большей степени, чем в сопоставимых ситуациях (при тех же значениях средней урожайности и дисперсии колебаний) в отсутствии асимметрии.

3. По причине ограниченного объема статьи не было возможности рассмотреть случай возможной отрицательной асимметрии распределения урожаев. Предварительные оценки показывают, что последняя в ряде случаев может несколько снижать климатическую чувствительность рисков. Однако по сравнению со средними урожаями риск и в данных случаях, как правило, остаётся более климаточувствительным показателем.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- Абезгауз Г. Г., Тронь А. П., Копенкин Ю. Н., Коровина И. А. 1966. Справочник по вероятностным расчётам. М.: Военное изд-во МО СССР.
- Бедрицкий А. И., Коршунов А. Л., Хандожко Л. А., Шаймарданов М. З. 2007. Гидрометеорологическое обеспечение и устойчивое развитие России. Право и безопасность. 1-2:8-16.
- Бельченко Г. Г. 1990. Вероятностные методы оценки влияния колебаний и изменений климата на сельское хозяйство. Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук. Л.: АФИ. 28 с.
- Гордеев А. В. (ред.). 2007. Биоклиматический потенциал России: методы мониторинга в условиях изменяющегося климата. М.: Товарищество научных изданий.
- Жуковский Е. Е., Усков И. Б. 1984. О принципах программирования урожая на вероятностной основе. В кн.: Моделирование и управление процессами в агроэкосистемах. Л.: АФИ. С. 3–6.
- Жуковский Е. Е., Сепп Ю. В., Тооминг Х. Г. 1989. О вероятностной концепции расчёта и прогноза эталонных урожаев // Вестник сельскохозяйственной науки. 5:68-69.
- Жуковский Е. Е., Бельченко Г. Н., Брунова Т. М. 1992. Вероятностный анализ влияния изменений климата на потенциал продуктивности агроэкосистем // Метеорология и гидрология. 3:92-103.
- Иванов А. А. 2009. Глобальные изменения климата и его влияние на сельское хозяйство // Земледелие. 1:3-12.
- Полуэктов Р. А., Опарина И. В., Захарова Е. Т. 2011. Уровни продуктивности агроэкосистем: интерпретация с позиций динамической модели // Агрофизика. 1:23-28.
- Сиротенко О. Д. Усовершенствованная методика расчёта оценок климатообусловленного риска для сельского хозяйства с учётом текущих изменений климата. 2005. В кн.: Климатические ресурсы и методы их представления для прикладных целей. СПб. С. 131–145.
- Сиротенко О. Д., Грингоф И. Г. 2006. Оценка влияния ожидаемых изменений климата на сельское хозяйство Российской Федерации // Метеорология и гидрология. 8:92-101.
- Тооминг Х. Г. 1982. Метод эталонных урожаев // Вестник сельскохозяйственной науки. 3:89-94.
- Якушев В. П., Жуковский Е. Е. 2010. Климатические изменения и риск в земледелии // Вестник сельскохозяйственной науки. 3:54-57.
- Якушев В. П., Жуковский Е. Е. 2011. Анализ последствий изменения климата в земледелии как задача оценки и сравнения рисков // Агрофизика. 4:24-38.
- Kadaja J., Tooming H. 2004. Potato production model based on principle of maximum plant productivity. Agricultural and Forest Meteorology. 127:17-33.
- Railly J. 2004. US agriculture and climate change: new results. Clim. Change. 14: 43 -69.
- Saue T., Kadaja J. 2011. Possible effects of climate change on potato crops in Estonia. Boreal Environment Research. 16:203-327.