Физика, биофизика и экология почв

УДК 631. 51-7

# АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ГУМУСНОГО СОСТОЯНИЯ ПОЧВ ФРАКТАЛЬНЫМИ МЕТОДАМИ

**К. Г. Моисеев, Л. В. Бойцова, В. Д. Гончаров**

*ГНУ Агрофизический научно-исследовательский институт Россельхозакадемии, Гражданский пр., 14, Санкт-Петербург, 195220*

*E-mail: kir_moiseev@mail.ru*

*Поступила в редакцию 12 июля 2013 г., принята к печати 10 февраля 2014 г.*

На основе экспериментального материала рассмотрен анализ временных рядов фрактальными методами в почвенных исследованиях. Величина фрактальной размерности экспериментальной кривой, или набора дискретных временных данных, позволяет оценить стабильность и прогнозировать дальнейшее направление развития физического и биологического процесса или агроэкосистемы в целом. С помощью анализа фрактальной размерности оценивается вероятностное направление развития процесса в точках бифуркации динамической системы.

***Ключевые слова:*** биофизика, почвы, гумус, фрактальный анализ временных рядов, методы.

## ВВЕДЕНИЕ

Исследование динамики гумуса, влагозапаса в почве, химических элементов питания растений, прогнозирование урожаев сельскохозяйственных культур в рамках системного подхода рассматриваются в качестве задач динамического моделирования (Полуэктов, 1991, Полуэктов и др., 2006). Развитие и функционирование динамических систем характеризуется некоторой степенью хаотичности. Любой вид хаоса обладает непредсказуемостью, данное свойство называется «существенной зависимостью от начальных условий» (Кроновер, 2000) Незначительные ошибки в выборе начальных параметров и условий приводят к крупным ошибкам в прогнозе. Кроме того, динамические системы обладают точками вероятностного перехода из одного состояния в другое. Причем будущие состояния системы и её дальнейшее развитие равновероятны, поэтому предсказать направление перехода системы в точке бифуркации методами динамического моделирования весьма затруднительно. Однако сделать это возможно в случае, когда предполагается, что система является фракталом и исследуется её фрактальная размерность. Во фрактальном подходе важным моментом является влияние предыстории на поведение системы в данный момент времени и её будущее поведение. Наиболее интересным, по мнению авторов, является исследование временных рядов некоторых характерных интегральных параметров агроэкосистемы фрактальными методами. Такими параметрами могут выступать как отдельные размерные предикторы, например, урожайность, динамика влажности в почве, эмиссия парниковых газов, циклы уплотнения и разуплотнения почв, так индикаторы и/или числа физического подобия (Моисеев 2002, 2004, 2007; Бойцова, Маглыш, 2009; Balashov, Buchkina, 2011). Одновременно фрактальный подход к исследованию динамических систем во времени и прогнозу результатов их функционирования отличается большей простотой, наглядностью и результативностью. Анализ временных рядов фрактальными методами является одним из перспективных направлений агрофизики и почвоведения. Временной ряд – совокупность наблюдаемых параметров изучаемой динамической системы во времени. Одним из самых перспективных направлений фрактального анализа является изучение динамики во времени такой характеристики, как фрактальная размерность (D) временного ряда (Старченко, 2005).

Понятие «фрактал» ввел около 30 лет тому назад французский математик Бенуа Мандельброт, который определяет фракталы как раздробленные объекты, форма которых воспроизводится в любом масштабе (Мандельброт, 2002; Сериков, 2006). Данное определяющее свойство фракталов обычно называется масштабной инвариантностью. Простейшим примером масштабной инвариантности является самоподобие. Самоподобный объект состоит из частей, получающихся путем преобразования подобия целого объекта (Моисеев 2002; Сериков 2006). Самоподобные объекты – это искусственные математические объекты. Они также называются регулярными фракталами. Некоторые классические (регулярные) фракталы представлены на рис. 1. В природе распространены нерегулярные фракталы – объекты, обладающие масштабной инвариантностью, но не самоподобием. Наиболее известный метод построения фрактала – это метод итераций. Наглядно метод итераций представлен на рис. 1б. Равносторонний треугольник уменьшается в m раз и вписывается в начальный равносторонний треугольник по некоторому правилу (например, медиан). Затем операция повторяется для группы треугольников, серия итераций приводит к построению фрактала – салфетки Серпинского (рис. 1б). Так работает фрактальный генератор. Аналогичная операция производится при анализе временных рядов.

За 30 лет появилось много теоретических и прикладных трудов, развивающих теорию фракталов и исследующих возможности ее прикладного применения, в том числе в почвоведении (Федер, 1991; Rieu, et al., 1991; Кузеев и др., 1997; Globus, 1998; Pachepsky et al., 2000; Божокин и др., 2001; Старченко, 2005; Гончаров, 2007; Глобус, 2007; Голубев, 2009). Однако в агрофизике и сельском хозяйстве уделено недостаточно внимания анализу временных рядов фрактальными методами. Исследование и прогноз гумусного состояния почв имеет большое значение для АПК (Бойцова, Пухальский, 2013).

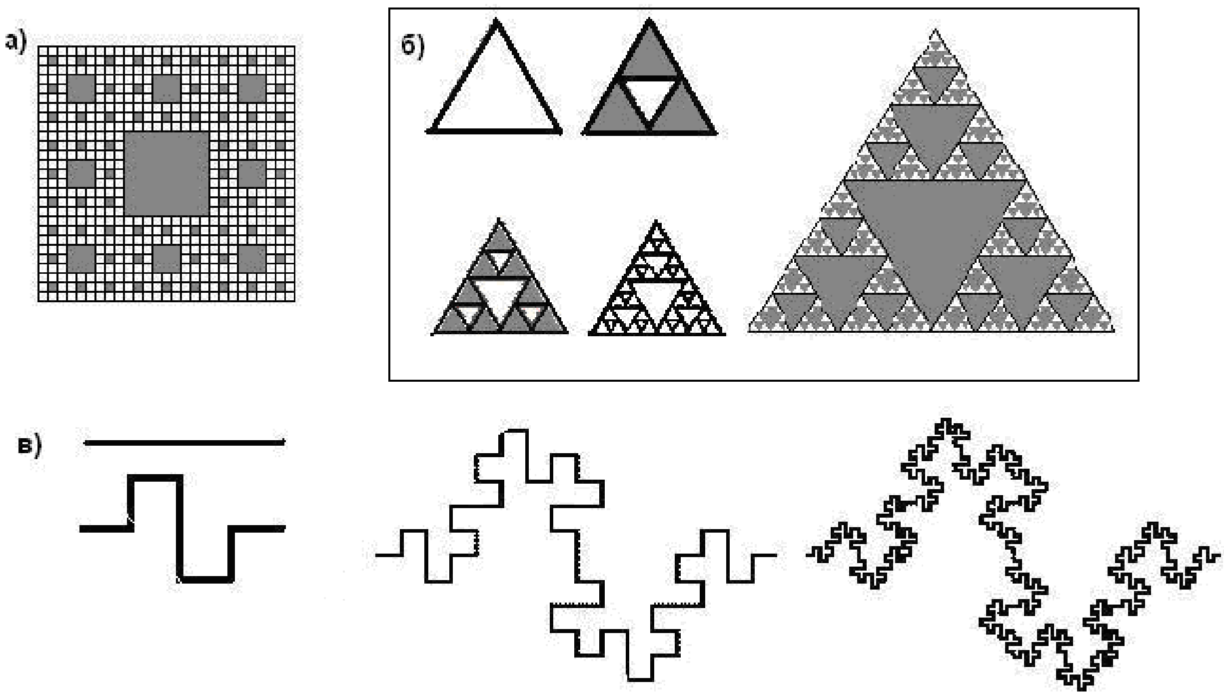


*Рис. 1.* Классические (регулярные) фракталы:
а) Ковёр Серпинского; б) Построение салфетки Серпинского; в) Кривая Минковского

## ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ

Существует несколько методов определения фрактальной размерности для временного ряда (Мандельброт, 2002). Первый – это классический клеточный способ, когда график накрывают серией сеток и определяют фрактальную размерность точно так же, как и для геометрических фракталов (Гончаров, 2007). Второй способ основан на исследованиях, проведенных английским ученым Гарольдом Херстом, и носит название R/S метода (Сериков 2006). Он построен на анализе размаха параметра (наибольшим и наименьшим значением на изучаемом отрезке) и среднеквадратичного отклонения всего временного ряда. Третьим является способ, основанный на изменении длины кривой в зависимости от масштаба. Если кривая оценивается как фрактальная, то с уменьшением масштаба длина кривой будет возрастать степенным образом.

Для дискретных временных данных, которые имеются в распоряжении авторов, клеточный метод неприменим (Старченко, 2005). В данной работе основным методом исследования фрактальной размерности временных рядов динамики гумуса в почвах является линейный метод (метод отрезков). Метод Херста используется в качестве контрольного по отношению к методу отрезков для сравнительной оценки величины фрактальной размерности временного ряда.

Рассматриваемый дискретный временной ряд $y_1; y_2 \ldots\ldots y_n$ может быть частью ряда, длина которого больше, чем $n$. Проведем разбиение совокупности чисел от 1 до $n$ на группы с делителем $m_1, m_2 \ldots m_n$ так, что $n_1 = \dfrac{n}{m_1 \ldots m_n}$. Для каждого числа у от 1 до $n$ получим группу значений, например, для $y = 1$: $(1; 1/m_1; 1/m_2; \ldots 1/m_n)$, аналогично для $y = 2$ и $y = n$ при соответствующих фиксированных значениях времени: $t_1 \ldots t_n$: $(n; n/m_1; n/m_2; \ldots n/m_n)$. Соединив точки $(t_1; 1/m_1)$; $(t_2; 2/m_1)$;……$(t_n; n/m_1)$ отрезками, получим ломаную линию длины $L_1$. Проделав данную операцию $m_n$ – раз, получим набор ломаных линий длины $L_1 \ldots\ldots Lm_n$. Подобная операция – это работа фрактального генератора, метод итераций.

Длины отрезков, соединяющих дискретные точки временного ряда, определяются по теореме Пифагора как гипотенуза прямоугольного треугольника в пространстве координат $(y; t)$, затем длины отрезков суммируется и получается общая длина временного ряда при данном делителе $m$.

Основное фрактальное тождество записывается следующим образом (Кроновер, 2000, Старченко, 2005):

$$L \cdot m^D = 1,$$

где $L$ – число непересекающихся подмножеств некоторого начального множества большего $L$ в $m$ раз; $D$ – размерность $m$. Обычно $D$ – это эвклидова размерность для линии 1, для площади и объёма 2 и 3 соответственно. Существует такое построение, когда при разбиении исходного множества на $L$ непересекающихся подмножеств с масштабным коэффициентом $m$ размерность $D$ перестаёт быть целым числом. Дробная степень $D$ носит название фрактальной размерности. Хаусдорф в 1919 г. предложил определение размерности для случая компактного множества в произвольном метрическом пространстве:

$$D = \lim_{m \to 0} \frac{\log L(m)}{\log\left(\dfrac{1}{m}\right)} \text{ или } D = \frac{\log L(m)}{-\log m}.$$

Логарифм можно взять по любому положительному основанию, например, по основанию e = 2,7183.

В реальности чистых, упорядоченных фракталов, как правило, не существует, и можно говорить лишь о фрактальных явлениях, описываемых квазифрактальными объектами с переменной фрактальной размерностью (Божокин и др., 2001). Для определения фрактальной размерности в данном случае строят график зависимости $\ln L(m) = f(\ln N)$ и определяют индекс фрактальности $\gamma$ как степень аппроксимирующей функции $y = ax^{\gamma}$ при малых и положительных $N$ $(N \to 0)$. Здесь $N = n/m$ – значение исследуемого показателя при большом числе итераций $m$ $(m \to \infty)$. Фрактальная размерность вычисляется по формуле $D = 1 - \gamma$ или $D = 1 + |\gamma|$.

Объектами исследования является фрактальная размерность временных рядов содержания гумуса в дерново-подзолистой почве опытной станции Агрофизического института Ленинградской области и чернозёма выщелоченного Воронежской области. Данные по содержанию гумуса для чернозёмов были взяты из работы (Громовик, 2010). Исследования чернозёмов проводились в длительном стационарном опыте, заложенном в 1936 г. на территории землепользования Всероссийского НИИ сахарной свеклы и сахара (Воронежская область) и представляющем собой 9-польный зернопаропропашной севооборот.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Экспериментальные данные представлены на рисунке 2. Исследовано содержание гумуса по глубине гумусового горизонта выщелоченного чернозёма 0–20 см и 20–40 см.

Содержание гумуса в дерново-подзолистой почве Ленинградской области исследовано в течение одного вегетационного сезона 2008 г. с интервалом 15 дней (рис. 3).

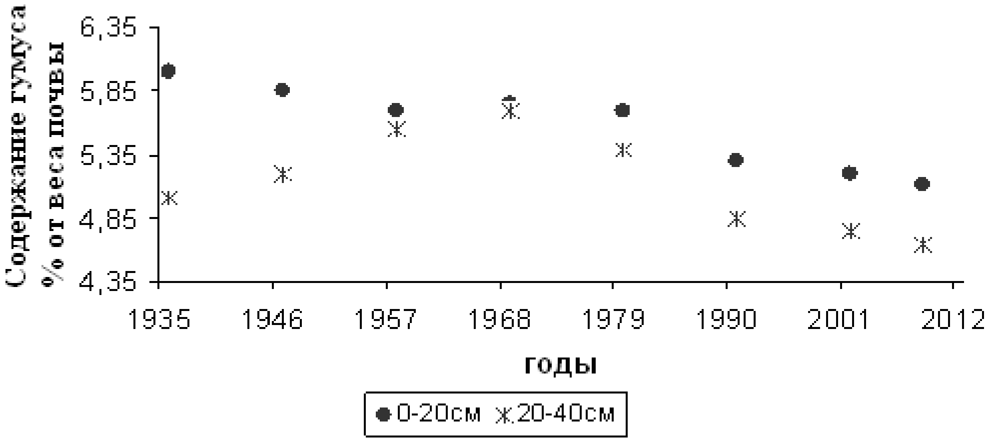


*Рис. 2.* Динамика содержания гумуса в чернозёме выщелоченном (временной ряд) с 1936 по 2012 гг.

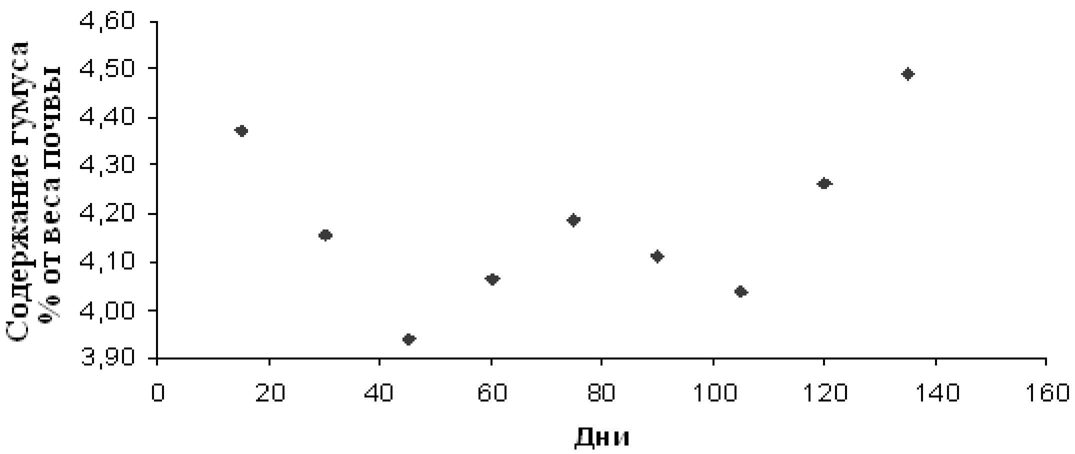


*Рис. 3.* Динамика содержания гумуса в дерново-подзолистой почве за сезон 2008 г.

Для фрактального анализа необходимо определить несколько важных условий. Во-первых, нужно ввести равномерное разбиение временного ряда на отрезки. Для этого полагается, что весь временной ряд расположен на отрезке t = [0; 1]. При вычислении длины отрезка учитывается доля лет (дней), приходящаяся на данный отрезок 1 год = 1/73 длины, доля умножается на число лет между интервалами измерения, весь временной ряд для динамики гумуса в чернозёме разбивается на равные части, проводятся измерения через каждые 11 лет (рис. 2). Затем вычисляется длина отрезков по теореме Пифагора и суммируется. Временной ряд изменения содержания гумуса в дерново-подзолистой почве разбивается на интервалы по 15 дней. Во-вторых, если предел суммарной длины *Lm* при *N*→0 равен длине аппроксимирующей функции (*y; t*), то временной ряд не обладает фрактальностью. Для временных рядов чернозёма и дерново-подзолистой почвы $\lim_{N\to 0} Lm \neq L$ (рис. 4 а, б).

Индикатор фрактальности временных рядов, динамики гумуса чернозёма за 73 года наблюдений для слоя 0–20 см равен –1,0198, фрактальная размерность *D* = 1–(–0,02) =1,02; для слоя 20–40 см индикатор равен –0,21, фрактальная размерность *D* = 1,21 (рис. 5). Для временного ряда изменения содержания гумуса в дерново-подзолистой почве за сезон фрактальная размерность *D* = 1,23 (рис. 6).

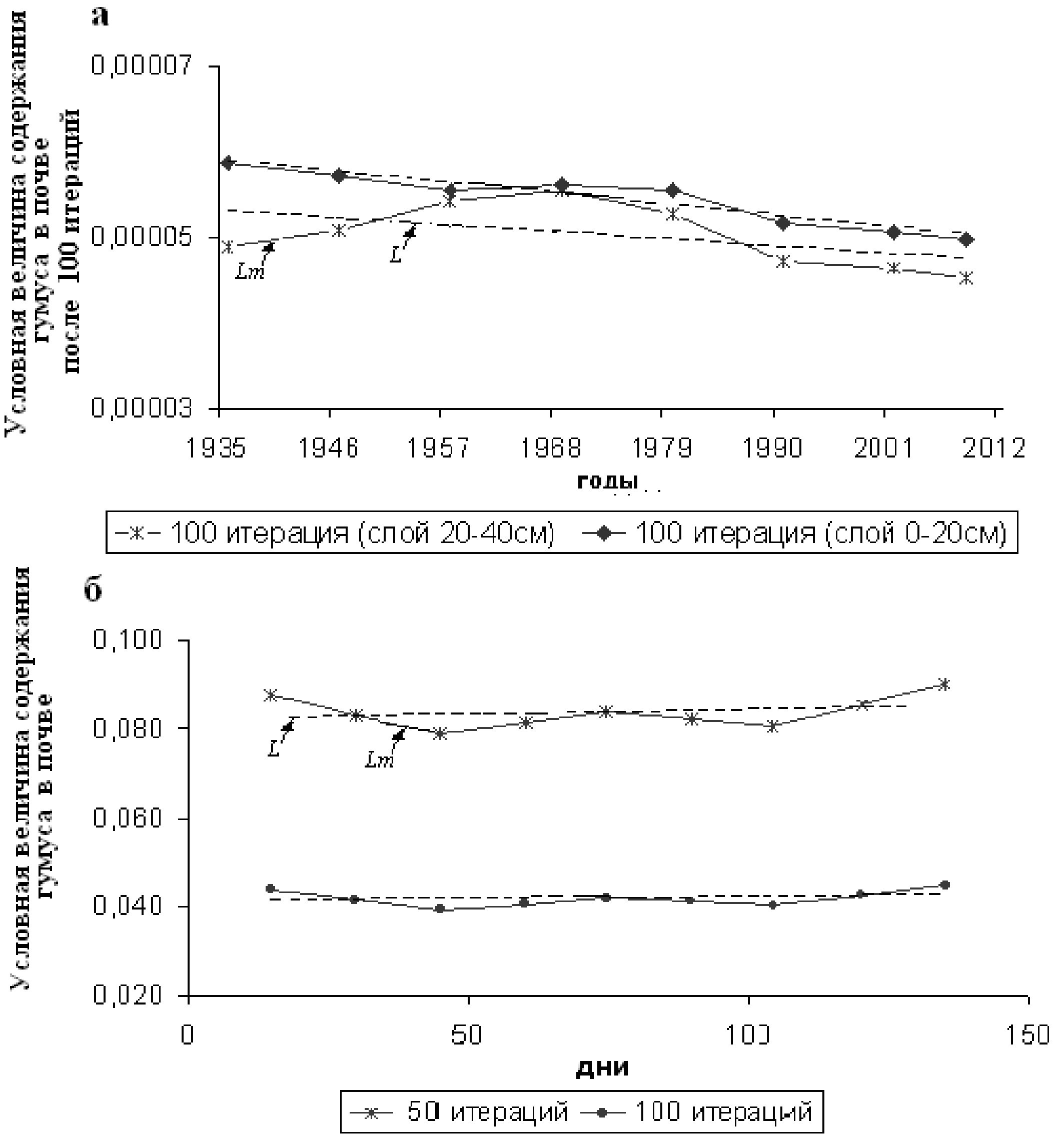


*Рис. 4.* Изменение длины временного ряда при 50–100 итерациях в чернозёме выщелоченном (а) и дерново-подзолистой почве (б).

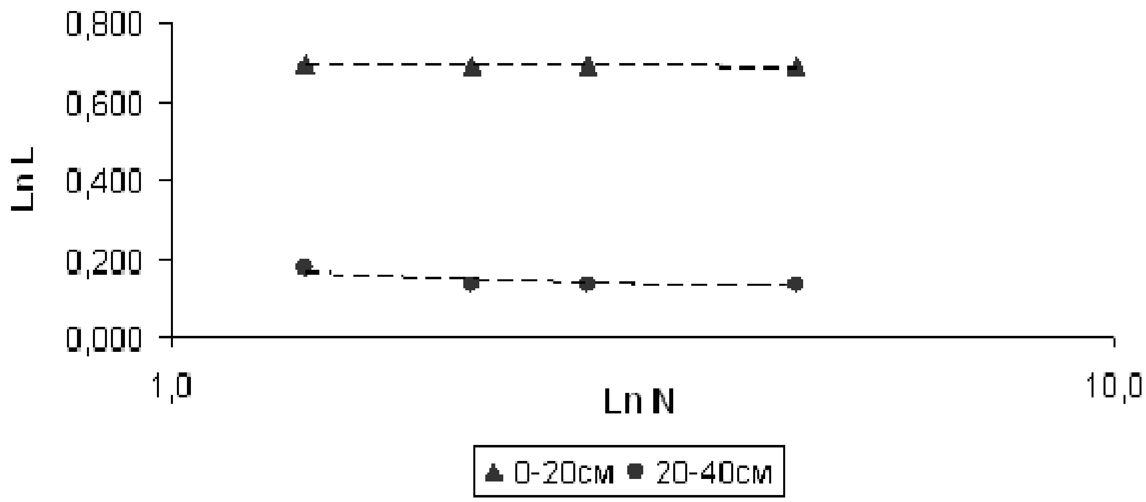


*Рис. 5.* Аппроксимирующие функции (к вычислению фрактальной размерности дискретного временного ряда содержания гумуса в черноземе выщелоченном).
*LnL* – натуральный логарифм длины временного ряда. *LnN* –натуральный логарифм *N*, где *N* = *n/m*– значение исследуемого показателя (содержания гумуса) при числе итераций *m*

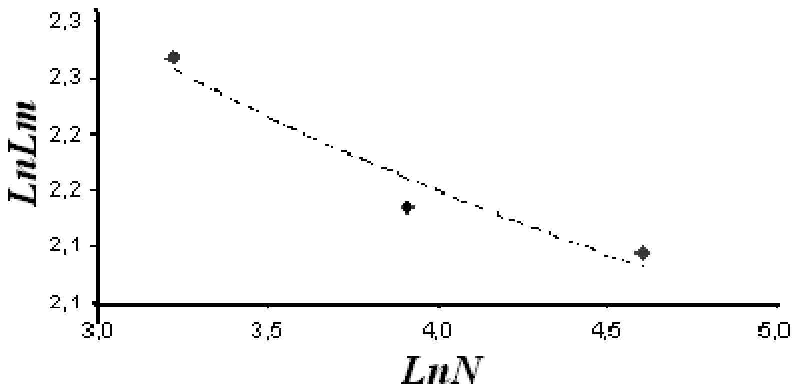


*Рис. 6.* Аппроксимирующие функции (к вычислению фрактальной размерности дискретного временного ряда содержания гумуса в дерново-подзолистой почве). *LnLm* – натуральный логарифм итерированной длины дискретного временного ряда (пояснения в тексте)

Величина фрактальной размерности показывает, в каком состоянии устойчивости находится динамическая система (табл. 1).

Вычисление фрактальной размерности динамики гумуса в исследованных объектах по методу Херста демонстрирует сходимость результатов (табл. 2).

**Таблица 1.** Значения фрактальной размерности как индикатор устойчивости динамической системы

| Состояние системы | Устойчивое состояние системы | Предел устойчивости | Неустойчивое состояние системы |
|---|---|---|---|
| Фрактальная размерность временного ряда | 1,01–1,40 | 1,40–1,60 | более 1,60 |

**Таблица 2.** Значения фрактального индикатора и фрактальной размерности дискретных временных рядов, вычисленных разными методами

| Объект | Уравнение аппроксимирующей функции (метод отрезков) | Фрактальный индикатор | Фрактальная размерность (метод отрезков) | Фрактальная размерность, вычисленная R/S методом |
|---|---|---|---|---|
| Дерново-подзолистая почва | $y = 2{,}94x^{-0{,}23}$ | –0,23 | 1,23 | 1,23 |
| Чернозём выщелоченный, слой 0–20 см | $y = 0{,}74x^{-0{,}02}$ | –0,02 | 1,02 | 1,05 |
| Чернозём выщелоченный, слой 20–40 см | $y = 0{,}17x^{-0{,}21}$ | –0,21 | 1,21 | 1,19 |

При небольшом числе данных практически трудно использовать R/S метод. Существуют компьютерные программы, использующие метод Херста для вычисления фрактальной размерности, например, «Maxima, Maple» (http://ru.wikipedia.org/wiki/Maxima). При использовании программ следует помнить, что квазифрактальные природные объекты не обладают свойством бесконечной делимости (самоподобием), то есть величина фрактальной размерности, вычисляемая программой, будет зависеть от числа итераций и в пределе стремится к эвклидовой размерности, что вызывает недоумение у некоторых пользователей.

Фрактальная размерность случайного временного ряда составляет 1,5. В данном случае события являются некоррелированными, временной ряд представляет собой, по сути, «белый шум, или броуновское движение». Если фрактальная размерность меньше 1,5, то влияние факторов, формирующих данное состояние динамической системы, будет продолжаться и впредь, никакое чрезвычайное событие (например, внесение удобрений) не сможет внести коррективы в динамику гумуса в почве. Если же фрактальная размерность больше 1,5, это свидетельствует о крайне неустойчивом состоянии функционирования динамической системы.

Следует отметить, что прийти к аналогичным выводам по динамике гумусного состояния почв можно при использовании обычных методов статистического анализа – вариации, регрессионных моделей или более сложных математических моделей (Смагин и др., 2001, Сухановский и др., 2009, Ерохова, 2013). Однако принципиально невозможно сделать однозначные выводы об устойчивости самой динамической системы. Выводы, полученные статистическим путём, всегда имеют вероятностный характер (некоторую неопределённость), тогда как фрактальный анализ от такой неопределённости свободен. Совпадение результатов прогноза динамики гумуса статистическими и фрактальными методами исследования свидетельствует, во-первых, о верности выбора бифукарционных точек системы при статистическом, динамическом моделировании и, во-вторых, о результативности фрактальных методов для прогноза и оценки гумусного состояния почв.

## ВЫВОДЫ

Подробно рассмотрен метод линейных систем анализа фрактальной размерности дискретных временных рядов применительно к области агрофизики и земледелия. Оценена динамика гумусного состояния почв методом определения фрактальной размерности временных рядов.

Величина фрактальной размерности показывает стабильную деградацию гумусного состояния чернозёма выщелоченного в слое 0–20 см. Вариация гумусного состояния почвы для слоя 20–40 см оказывается сильнее без выраженного временного тренда. Потеря гумусного состояния чернозёма – неуклонный стабильный процесс, и анализ фрактальной размерности временного ряда не даёт оснований прогнозировать резкие изменения в его развитии.

Динамика гумуса в дерново-подзолистой почве за сезон является стабильной и не зависимой от временных воздействий.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


Божокин С. В., Паршин Д. А. 2001. Фракталы и мультифракталы. РХД. Ижевск.

Бойцова Л. В., Маглыш Е. Г. 2009. Динамика физико-химических и биологических свойств почвы при различных способах внесения удобрений. Плодородие. 5:10.

Бойцова Л. В., Пухальский Я. В. 2013. Динамика содержания органического вещества, его лабильной и инертной частей в дерново-подзолистой супесчаной почве разной степени окультуренности. Агрофизика. 3(11): 14–22.

Глобус А. М. 2007. Фрактальность некоторых физических свойств почв. В: Физические химические и климатические факторы продуктивности полей. СПб.: ПИЯФ РАН. С. 16–21.

Голубев С. Н. 2009. Фрактальный анализ сложности горизонтальной структуры напочвенного покрова. Электронный ресурс http://labfranep.com/article/11.

Гончаров В. Д. 2004. Влияние характера землепользования на структуру обыкновенного чернозёма и параметры её фрактальных моделей. Автореферат диссертации на соискание степени кандидата сельскохозяйственных наук. СПб.: АФИ. 25 с.

Гончаров В. Д. 2007. Интерпретация распределения плотности в почвенном агрегате на основе кластерной модели // Физические, химические и климатические факторы продуктивности полей. СПб.: ПИЯФ РАН. С. 52–59.

Гончаров В. Д.. Ильинова В. Ю. 2007. Модель пористости на основе обобщённой губки Менгера // Физические, химические и климатические факторы продуктивности полей. СПб.: ПИЯФ РАН. С. 44–47.

Громовик А. И. 2010. Физико-химические свойства и динамика содержания гумуса в черноземе выщелоченном при длительном применении удобрений // Доклады Российской академии сельскохозяйственных наук. 4: 31–32.

Ерохова А. А. 2013. Анализ динамики запасов гумуса в дерново-подзолистых почвах при зарастании пашни лесом на основе математической модели круговорота углерода. Электронный ресурс http://shmain.ru/category/nauchnye-novosti.

Измеров М. А. 2006. Методы измерения фрактальной размерности инженерных поверхностей // Вестник Брянского технического университета. 3(11).

Кроновер Р. М. 2000. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Постмаркет.

Кузеев И. Р., Куликов Д. В., Закирпичная М. М. и др. 1997. Физическая природа разрушения. Уфа.

Мандельброт Б. 2002. Фрактальная геометрия природы. М.

Моисеев К. Г. 2002. Применение теории подобия к исследованию физико-механических свойств почв. Диссертация на соискание степени кандидата сельскохозяйственных наук. Санкт-Петербург, ГНУ АФИ. 153 с.

Моисеев К. Г. 2004. Применение теории подобия к процессу уплотнения почв // Почвоведение. 8: 934–936.

Моисеев К. Г. 2007. Применение методов подобия к физическому эксперименту // Физические, химические и климатические факторы продуктивности полей. СПб.: ПИЯФ РАН. С. 72–77.

Полуэктов Р. А. 1991. Динамические модели агроэкосистем. Л.

Полуэктов Р. А., Смоляр Э. И., Терлеев В. В., Топаж А. Г. 2006. Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. СПб.: СПбГУ.

Сериков А. Е. 2006. Фрактальный анализ временных рядов. Социология. 22.

Смагин А. В., Садовникова Н. Б. и др. 2001. Моделирование динамики органического вещества почв. М.: МГУ.

Старченко Н. В. 2005. Индекс фрактальности и локальный анализ хаотических временных рядов. Диссертация на соискание степени кандидата физико-математических наук. М.: МИФИ.

Сухановский Ю. П., Масютенко Н. П., Санжарова С. И., Прущик А. В. 2009. Математическое моделирование запасов гумуса в чернозёме: прогноз и выводы. Достижения науки и техники АПК. 1: 13–15.

Федер Е. 1991. Фракталы. М.: Мир.

Электронный ресурс http://ru.wikipedia.org/wiki/Maxima.

Balashov E., Buchkina N. 2011. Impact of short- and long-term agricultural use of chernozem on its quality indicator. Int. Agrophys, 25, p. 1–5.

Pachepsky Ya. A. Crawford J. W., Rawls W. J., Eds. 2000. Fractals in Soil Science. Elsevier Science B.V.

Rieu M., Sposito G, 1991.Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water property: I. Theory. Soil Sci. Soc. Amer. Proc. – V. 55. – P. 1231–1238. – Applications. Ibid. – P. 1239–1244.