

Математическое моделирование процессов в агропромышленном комплексе и проблемы управления

УДК 631.58:551.5

СТРАТЕГИЧЕСКИЙ УРОВЕНЬ УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ ТОЧНОГО ЗЕМЛЕДЕЛИЯ

И. М. Михайленко

*ГНУ Агрофизический научно-исследовательский институт Россельхозакадемии
14, Гражданский проспект, Санкт-Петербург, 195220*

E-mail: i.mikhailenko@yandex.ru

Поступила в редакцию 01 августа 2014 г., принята к печати 05 сентября 2014 г.

На основании классической теории управления стохастическими динамическими системами ставится и решается задача управления химическим состоянием почв в реальных севооборотах. Данное управление представляет собой оптимальные стратегии внесения минеральных удобрений по всем годам севооборота и корректирующее управление для первого года севооборота, которое учитывает пространственную неоднородность химического состояния почвы. Особенностью решения задачи является применение методологии и техники точного земледелия, что позволяет использовать полученные результаты в практическом земледелии.

Ключевые слова: химическое состояние почв, химические удобрения и мелиоранты, математические модели потерь урожая, модели динамики состояния, средний риск, критерий оптимальности, стратегия внесения химических удобрений, управление.

ВВЕДЕНИЕ

В работах И. М. Михайленко (2005, 2006, 2010) продемонстрировано, что общепринятая в точном земледелии (ТЗ) практика разделения общей задачи управления технологиями на два независимых направления, или метода («off-line» и «on-line») не имеет под собой серьезного научного обоснования и противоречит основному положению классической науки об оптимальном управлении динамическими системами любой природы (Казаков, 1987). В соответствии с данным положением, в открытых динамических системах, подверженных воздействию случайных внешних возмущений, общее оптимальное управление имеет два неотделимых компонента, дополняющих друг друга – оптимальную программу, формируемую по имеющейся априорной информации об управляемой системе, и корректирующее управление, осуществляемое в реальном времени по состоянию системы. Классическая оптимальная программа в системе ТЗ соответствует вышеуказанному уровню «off-line», а корректирующий компонент – уровню «on-line». При этом по программному компоненту управления определяется общий баланс затрачиваемых ресурсов и порядок их ввода в технологических операциях, а посредством

корректирующего компонента устраняется временная и пространственная неопределенность.

Основными технологическими операциями в системах ТЗ, посредством которых осуществляется управление состоянием посева в течение всего периода онтогенеза, являются дозированное внесение удобрений, мелиорантов, регуляторов роста и поливы. При этом, как правило, задача оптимального управления решается на одном интервале вегетации, от сева до уборки урожая. В связи с вышеуказанным возникает вопрос: что следует делать в тех случаях, когда ряд химических удобрений и мелиорантов действуют не один сезон, а вслед за истекшим годом на объекте будет возделываться совершенно другая культура севооборота? В современном точном земледелии для этого рекомендуется использовать метод «off-line» на основе анализа карт урожайности и содержания основных элементов питания N, P, K, Ca и кислотности почв. Однако в современной научной литературе и рекомендациях не обнаруживается ни одного метода и алгоритма, позволяющего на основе указанной картографической информации определить оптимальные дозы внесения удобрений, содержащих данные элементы питания. Ситуация усложняется тем, что такие карты

распределения отдельных элементов питания по площади поля обычно не совпадают друг с другом. Для обоснования таких алгоритмов требуется разработка адекватной теории. Очевидно, что такая теория относится к стратегическому уровню управления в системах ТЗ, отсутствующему в настоящее время. Стратегический уровень вместе с программным и корректирующим управлениями должен стать современным эффективным средством управления в системах ТЗ любой конфигурации.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Решаемая задача формулируется таким образом: для последовательности культур в принятом севообороте, обозначаемой $j = 1, 2, 3, \dots, N$, необходимо найти стратегию внесения основных элементов питания и мелиорантов на заданном поле, обеспечивающую достижение цели управления, а именно минимизацию потерь урожая всех культур севооборота при наименьшем расходе ресурсов и заданных технологических ограничениях. При этом необходимо учитывать пространственную неоднородность как содержания элементов питания и кислотности почвы, так и самого урожая. Информация о такой неоднородности содержится в электронных картах, полученных по результатам уборки урожая и последующего обследования поля в сезоне, предшествующем планируемому сельскохозяйственному году.

Для формализации задачи в рассмотренные вводится вектор химического состояния почвы заданного поля $V = [4 \times 1]$ с компонентами $v_1 = pH, v_2 = P, v_3 = K, v_4 = Ca$; P – фосфор, K – калий, Ca – кальций. Также потребуется вектор нерегулируемых данной стратегией условий возделывания культур $F = [4 \times 1]$ с компонентами; f_1 – сезонная сумма температур; f_2 – сезонная сумма осадков; f_3 – суммарный приток ФАР; f_4 – годовой расход доступных форм азота.

Принимается допущение, что для каждой культуры используемого севооборота известно оптимальное содержание основных элементов питания и оптимальное значение кислотности. Любое отклонение от данных оптимальных значений будет приводить к потерям урожая [5, 8]. С учетом того, что все вышеуказанные показатели химического со-

стояния почвы действуют одновременно, будут рассматриваться следующие формы моделей потерь урожая каждой j -й культуры в севообороте:

$$\Delta u_j(T) = k_{1j}^T (V_j^* - V(T)) + (V_j^* - V(T))^T K_{2j} (V_j^* - V(T)), \quad (1)$$

где V^* – оптимальное значение вектора химического состояния почвы на заданном поле для j -й культуры севооборота; $\Delta u_j(T)$ – потери урожая для j -й культуры севооборота за счет отклонения вектора химического состояния почвы от оптимального значения;

$k_{1j}^T = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]_j$ – матрица-строка параметров линейной части модели;

$$K_{2j} = \begin{bmatrix} k_5 & k_6 & k_7 & k_8 \\ 0 & k_9 & k_{10} & k_{11} \\ 0 & 0 & k_{12} & k_{13} \\ 0 & 0 & 0 & k_{14} \end{bmatrix}_j \quad - \text{ матрица пара-}$$

метров квадратичной части модели.

Модель (1) необходимо представить в форме, более удобной для ее идентификации по экспериментальным данным:

$$\Delta u_j(T) = K_j^T Y_j, \quad (2)$$

$$K_j^T = [k_{1j} \ \dots \ k_{14j}].$$

$$Y_j^T = [(v_1^* - v_1); (v_2^* - v_2); (v_3^* - v_3); (v_4^* - v_4); (v_1^* - v_1)^2; (v_1^* - v_1) \cdot (v_2^* - v_2); (v_1^* - v_1) \cdot (v_3^* - v_3); (v_1^* - v_1) \cdot (v_4^* - v_4); (v_2^* - v_2)^2; (v_2^* - v_2) \cdot (v_3^* - v_3); (v_2^* - v_2) \cdot (v_4^* - v_4); (v_3^* - v_3)^2; (v_3^* - v_3) \cdot (v_4^* - v_4); (v_4^* - v_4)^2]. \quad (3)$$

При этом для идентификации модели (2) и (3) потребуется наблюдаемый выход $\Delta u_j(T)$, который формируется путем сравнения потенциального урожая для j -й культуры в заданных условиях возделывания, определяемого вектором F , и реального урожая $u_j(T)$ для указанных условий:

$$\Delta u_j(T) = B_j^T F(T) - u_j(T), \quad (4)$$

$B_j^T = [b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4]_j$ – вектор параметров линейной модели потенциального урожая.

Оптимизация стратегий внесения агрохимикатов и мелиорантов возможна только при наличии прогнозов химического состояния почвы, по которым возможно оценить и суммарные потери урожая. Для этого требуется динамическая модель всех компонентов химического состояния почвы:

$$\begin{aligned} \dot{v}_{1j} &= a_{11}v_{1j}(T) + a_{14}v_{4j}(T) + c_1f_2(T), \\ \dot{v}_{2j} &= a_{22}v_{2j}(T) + b_2d_p(T) + \\ &+ c_2f_2(T) + d_2\hat{u}_j(T), \\ \dot{v}_{3j} &= a_{33}v_{3j}(T) + b_2d_k(T) + c_2f_2(T) +, \\ &+ d_3\hat{u}_j(T), \\ \dot{v}_{4j} &= a_{41}v_{1j} + a_{44}v_{4j}(T) + b_4d_{ca}(T) + \\ &+ c_4f_2(T) + d_4\hat{u}_j(T). \end{aligned} \quad (5)$$

развернутой

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \\ \dot{v}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ a_{14} & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(T) \\ v_2(T) \\ v_3(T) \\ v_4(T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 \\ 0 & b_{31} & 0 \\ 0 & 0 & b_{41} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_p(T) \\ d_k(T) \\ d_c(T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} f_2(T) + \begin{bmatrix} 0 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} u(T); \quad (6)$$

и компактной

$$\dot{V} = AV(T) + BD(T) + cf_2(T) + du(t).$$

Введенные обозначения и модели позволяют сформировать критерий оптимальности решения задачи, адекватный поставленной цели:

$$I = M\left\{ \sum_{T=1}^N [(V^* - V(T))^T G(V^* - V(T)) + c_{Tu} Du_T(T) + C_d^T D(T)] \right\}, \quad (7)$$

где M – операция математического ожидания по площади поля; c_{Tu} – цена единицы урожая T -й культуры севооборота; C_d^T – вектор цен на минеральные удобрения по каждому элементу питания.

Критерий (7) имеет смысл среднего риска недополучения урожая в севообороте и перерасхода ресурсов, затрачиваемых на его получение. В качестве технологического ограничения здесь рассматривается 20%-е поле допуска показателя кислотности почвы вблизи оптимального значения.

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Центральной проблемой формирования оптимальной стратегии внесения агрохимикатов является наличие пространственной неоднородности химического состояния почвы на поле. При этом картины распределения отдельных элементов питания и кис-

где $\hat{u}_j(T) = B_j^T F(T) - \Delta u_j(T)$ – урожай с учетом потерь вида культуры; $d_p(T)$, $d_k(T)$, $d_{ca}(T)$ – дозы внесения элементов питания по годам севооборота (элементы стратегии); $a_{11} - a_{44}$, $b_2 - b_4$, $c_1 - c_4$ – параметры модели.

Скалярная форма модели (5) удобна для ее построчной идентификации, но для формирования оптимальной стратегии внесения агрохимикатов и мелиорантов целесообразно перейти к канонической векторно-матричной форме:

лотности, как было указано выше, всегда не совпадают между собой. Данная проблема обусловлена ограниченными возможностями современных технологических машин для внесения сыпучих минеральных удобрений и мелиорантов, обеспечивающих постоянный расход агрохимиката по всей рабочей ширине захвата (12–40 м), хотя на таком широком технологическом фронте могут проследиваться сразу несколько различающихся картин распределения отдельных параметров химического состояния почвы. Решение указанной проблемы возможно двумя путями.

В первом случае в качестве доминанты принимается пространственное распределение кислотности, так как данный параметр химического состояния снижает урожай даже при наличии оптимального содержания всех элементов минерального питания [5]. При таком подходе на карте кислотности

выделяются однородные зоны с существенно различающимися показателями рН, в границах данных областей все остальные параметры химического состояния усредняются (Якушев, Буре, 2007, 2012). Естественно, случайные отклонения параметров химического состояния от среднего будут приводить к ошибкам управления.

Во втором случае необходимо располагать принципиально новыми технологическими машинами, позволяющими вносить любое сочетание доз агрохимикатов на малых фрагментах поля (1,2–2,0 м²). Здесь будут обеспечиваться переменные расходы агрохимикатов вдоль ширины захвата машины, что сводит к минимуму ошибки управления химическим состоянием почв.

Случай 1. Постоянный расход агрохимиката вдоль ширины захвата машины

В начале каждого нового года севооборота существует набор векторов начальных условий для формирования стратегий внесения отдельно для каждой однородной зоны кислотности, обозначаемой индексом $i = 1, 2, \dots, I$.

В рассмотрение вводится гамильтониан системы (6),(7) для i -й зоны поля:

$$H_i(T) = [(V^* - V_i(T))^T G(V^* - V_i(T)) + c_u [K^T (V^* - V_i(T)) + (V^* - V_i(T))^T H(V^* - V_i(T))] + C_d^T D_i(T)] + \lambda^T [AV_i(T) + BD_i(T) + cw(T) + du(t)], \quad (8)$$

где λ – вектор сопряженных переменных, связанных с вектором химического состояния следующим образом:

$$\dot{\lambda}_i = \frac{\partial H_i(T)}{\partial V_i} = [G + H](V^* - V_i(T)) + c_u K + A^T \lambda_i(T), \quad (9)$$

$$T \in (N, 0), \quad \lambda(N) = 0.$$

Частная производная гамильтониана по вектору доз агрохимикатов:

$$g_i(T) = \frac{\partial H_i(T)}{\partial D_i} = C_d + B^T \lambda_i(T). \quad (10)$$

Оптимальная стратегия внесения агрохимикатов определяется путем выполнения следующей вычислительной процедуры:

$$D_{n,i}^*(T) = D_{n-1,i}^*(T) - D_n [C_d + B^T l_{n,i}(T)], \quad (11)$$

$$D_1 J D_n^*(T) < D_2,$$

если $D_{n,i}^*(T) < D_1$, то $D_{n,i}^*(T) = 0$,

если $D_{n,i}^*(T) > D_2$, то $D_{n,i}^*(T) > D_2$.

где $n = 1, 2, \dots$ – шагов вычислительной процедуры; D_1, D_2 – нижнее и верхнее ограничения на дозу внесения агрохимиката.

В результате выполнения процедуры (11) определяется I локальных стратегий внесения агрохимикатов по всем однородным зонам кислотности. Для получения общей стратегии внесения, необходимой для планирования запаса агрохимикатов, следует выполнить взвешенное усреднение локальных стратегий:

$$D^*(T) = e \frac{\sum_{i=1}^I s_i}{\sum_{i=1}^I s_i} D_i^*(T), \quad (12)$$

где s_i – площади однородных зон.

При внесении агрохимикатов в реальном времени машиной с шириной захвата L и равным по всей ширине расходом сначала определяется вектор погонных расходов д.в. удобрений при движении машины вдоль оси y :

$$G(y, T) = \sum_{i=1}^N \frac{l_i}{L} D_i(T), \quad (13)$$

где $G(y, T)$ – вектор погонных расходов агрохимикатов на единицу длины хода машины; N – число однородных зон с различной нормой внесения, попадающих в область захвата машины; l_i – ширина однородной зоны в области захвата машины; L – общая ширина захвата машины, $D_i(t)$ – вектор расходов агрохимикатов в области i -й однородной зоны.

Внесение среднего погонного расхода агрохимикатов, устанавливаемого по (12), приводит к ошибкам внесения, определяемым через значения оптимальных доз по однородным зонам и параметры машины:

$$E(y, T) = \sqrt{\sum_{i=1}^M \frac{l_i}{L} [G(y, T) - D_i]^2}. \quad (14)$$

Случай 2. Переменный расход агрохимиката вдоль ширины захвата машины

Возможность локального воздействия, предоставляемая применением новых типов технологических машин (Михайленко, 2013),

исключает необходимость использования зонального подхода к управлению химическим состоянием почв в любых севооборотах и позволяет целиком применить классическую схему оптимального управления. В данном случае оптимальная стратегия $D^*(T)$ определяется как и в отдельных однородных зонах, с той лишь разницей, что зона в указанном случае одна и ею является все поле. Для коррекции данной стратегии в реальном времени с учетом произвольного сочетания пространственной неоднородности отдельных параметров химического состояния почвы необходимо введение контура локальной обратной связи (ОС):

$$DD^*(T, x, y) = -P(V^*(T) - \hat{V}(T, x, y)), \quad (15)$$

где $DD^*(T, x, y)$ – корректирующие поправки расхода агрохимиката для пространственной координаты (x, y) ; $\hat{V}(T, x, y)$ – оценка вектора химического состояния почвы для пространственной координаты (x, y) ; P – матрица параметров регулятора расхода агрохимиката технологической машины.

Для реализации закона управления по ОС помимо новой конструкции самой технологической машины необходимо построить оперативные оценки вектора химического состояния почвы $\hat{V}(T, x, y)$ и выбрать оптимальные параметры регулятора P .

Построение оценок $\hat{V}(T, x, y)$ осуществляется посредством модели потерь урожая:

$$\Delta u_j(T, x, y) = k_1^T (V_j^*(T) - V(T, x, y)) + (V_j^*(T) - V(T, x, y))^T K_{2j} (V_j^*(T) - V(T, x, y)), \quad (16)$$

где отражено пространственное распределение вектора химического состояния $V(T, x, y)$ и его среднее значение $V_j^*(T)$, соответствующее оптимальной стратегии внесения.

В результате измерений реального урожая по площади поля $u_j(T, x, y)$ и сравнения его с потенциальным урожаем по реаль-

ным условиям $F(T)$ формируется наблюдаемый выход модели (16) $\Delta u_j(T, x, y)$. Тогда оперативная оценка химического состояния почвы определяется путем решения следующей задачи оптимизации:

$$\hat{V}(T, x, y) = \arg \min_{\hat{V}(T, x, y)} [\Delta u_j(T, x, y) - k_1^T (V_j^*(T) - V(T, x, y)) + (V_j^*(T) - V(T, x, y))^T K_{2j} (V_j^*(T) - V(T, x, y))]. \quad (17)$$

Для поиска оптимальных параметров бортового регулятора P можно применить метод обучения (Миленский, 1975), где в качестве «идеального учителя» может быть использован алгоритм формирования оптимальной стратегии по зонам (11). В данном случае задается случайная последовательность вариаций начальных условий для алгоритма (11) – ΔV_n , $n = 1, 2, \dots, N$, для каждого элемента последовательности находятся вариации оптимальной стратегии, из которой отбираются элементы для 1-го года севооборота $\Delta D_n(T=1)$. С помощью алгоритмов идентификации линейных моделей по массиву $\{\Delta V_n, \Delta D_n(T=1)\}$ находятся параметры регулятора P .

АПРОБАЦИЯ

Апробация предложенной теории проводилась на примере управления кислотностью почв (Небольсин, Небольсина, 2010), для чего использовался пятипольный севооборот, включающий в себя следующую последовательность культур: 1 – пшеница яровая; 2 – картофель; 3 – многолетние травы; 4 – свекла столовая; 5 – рожь озимая. Интервал управления был выбран равным одному севообороту. На рис. 1 представлена оптимальная стратегия внесения мелиоранта, а на рис. 2 продемонстрированы прогнозные значения кислотности почв, соответствующие оптимальной стратегии внесения. Здесь же приведены оптимальные значения показателя кислотности для каждой из культур севооборота (выделены темным фоном).

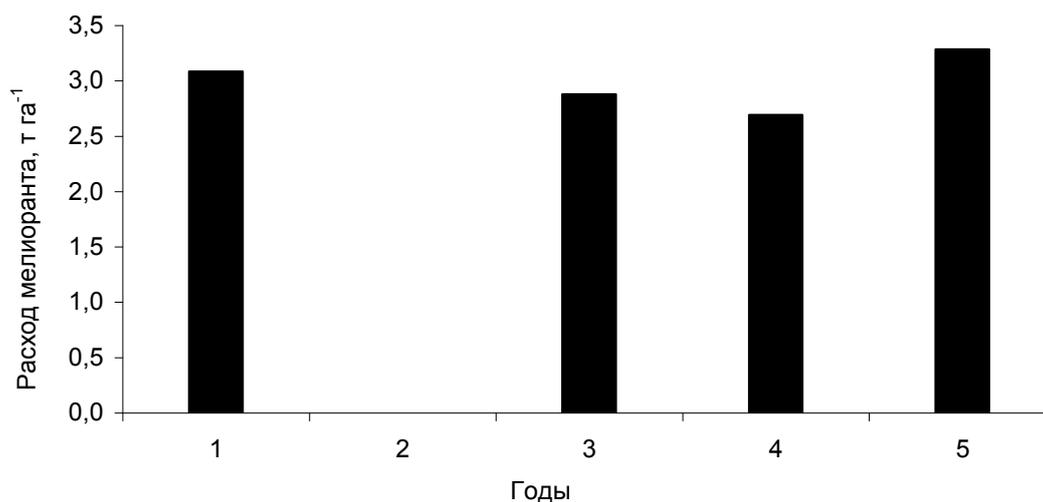


Рис. 1. Оптимальная стратегия внесения мелиоранта по годам севооборота: 1 – пшеница яровая; 2 – картофель; 3 – многолетние травы; 4 – свекла столовая; 5 – рожь озимая.

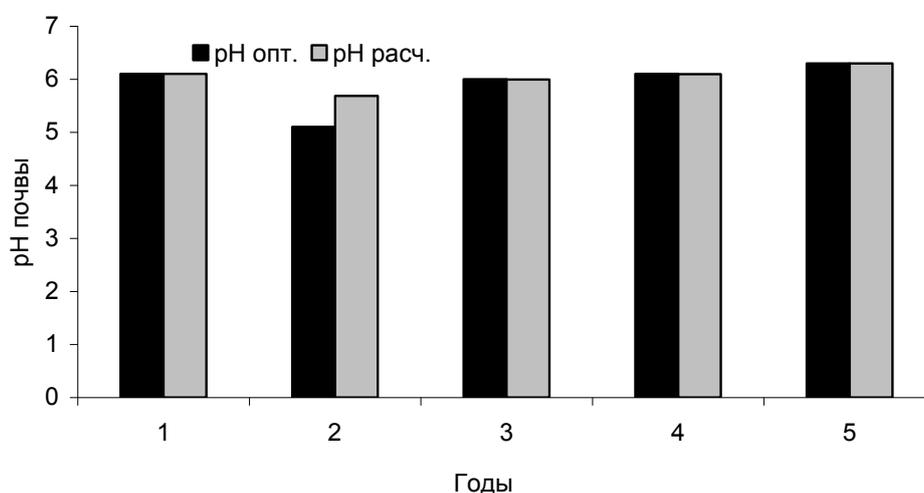


Рис. 2. Прогнозные и оптимальные значения кислотности почвы по годам севооборота

Оптимальная стратегия синтезировалась для следующих исходных данных: цена мелиоранта 8000 руб. т⁻¹, цены продукции севооборотов: картофель – 10 руб. кг⁻¹; многолетние травы – 1,0 руб. кг⁻¹; овощи (свекла) – 11 руб. кг⁻¹; рожь озимая – 4,2 руб. кг⁻¹; пшеница яровая – 5,5 руб. кг⁻¹.

Как видно из приведенных диаграмм, стратегия допускает пропуски внесения по отдельным годам, что приводит к допустимому увеличению кислотности почв, компенсируемому последующими годами севооборота, где уже вносятся оптимальные дозы мелиоранта.

Как было указано выше, в реальном времени из всей оптимальной стратегии реализуется только первый текущий год севооборота, в то время как по остальным годам

это чисто прогнозная информация, которая может использоваться для задач планирования заготовки нужных объемов мелиоранта и техники для его внесения. На рис. 3 представлены однородные участки поля, которым соответствуют начальные значения показателей кислотности. Они получены на основе карты урожая многолетних трав путем решения обратной информационной задачи (16) для одного параметра химического состояния почвы – показателя кислотности.

По указанным начальным значениям были получены оптимальные стратегии внесения мелиоранта для каждой из зон. На рис. 4 представлены дозы для первого года севооборота, которые должны быть внесены в реальном времени.

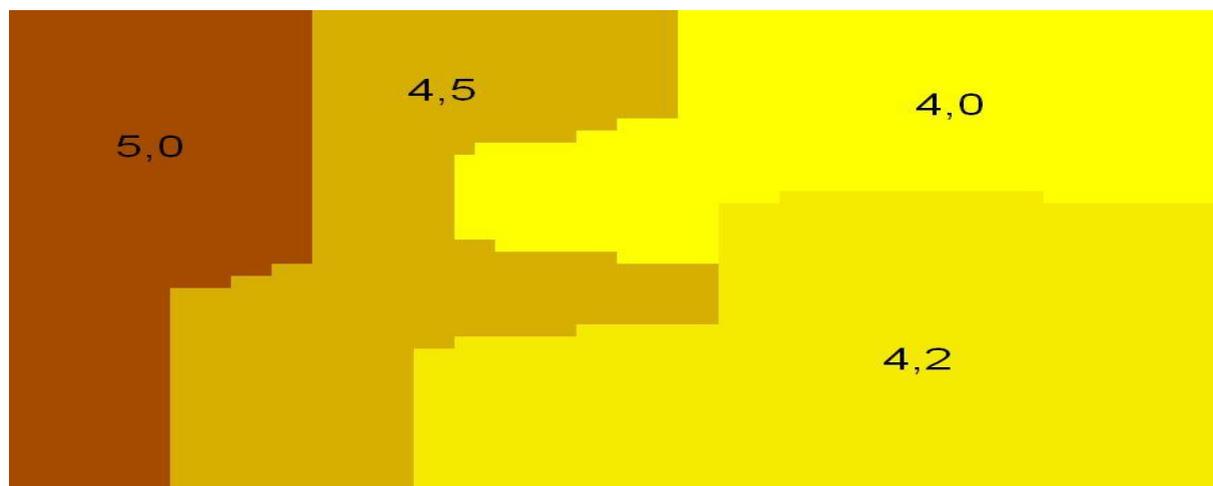


Рис. 3. Начальное значение показателя солевой кислотности (рН) в однородных зонах поля.



Рис. 4. Оптимальные дозы внесения мелиоранта по однородным зонам поля, т га⁻¹.

Осуществление внесения представлено на рис. 5, 6, 7 при ширине захвата машины, равной половине ширины поля (два прохода машины), четверти ширины поля (четыре прохода машины) и одной восьмой ширины поля (восемь проходов). На данных графиках продемонстрировано, как должен изменяться

расход мелиоранта при движении машины по полю, что является заданием для бортового компьютера, управляющего дозатором. Для каждого из указанных случаев приведены графики изменения ошибок внесения доз мелиоранта, связанных с постоянством расхода вдоль ширины захвата машины.

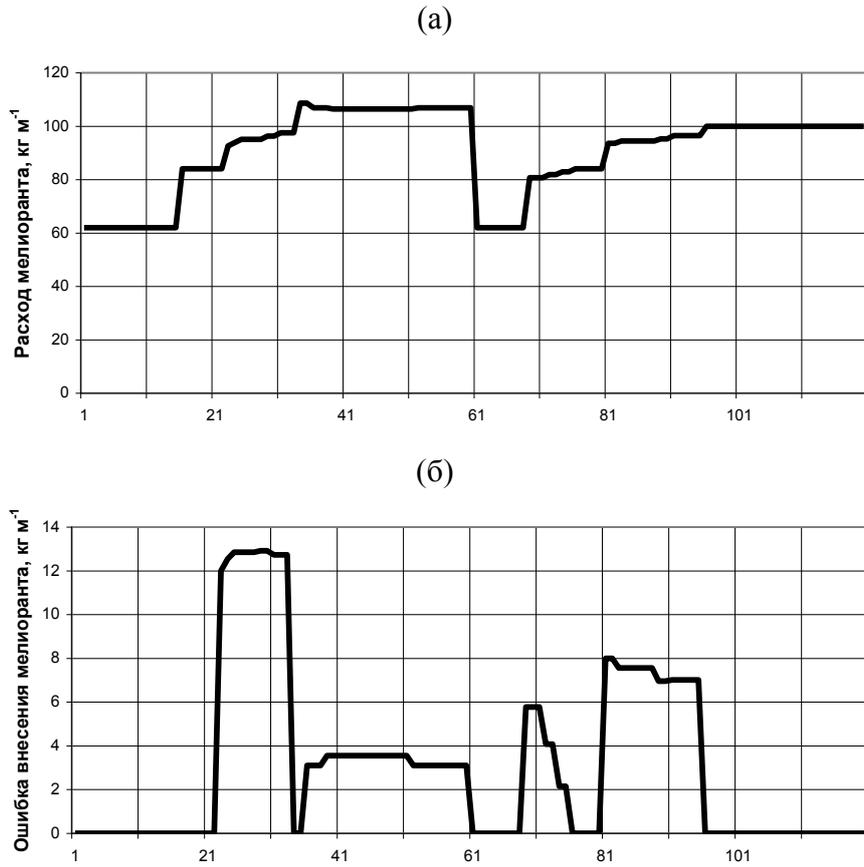


Рис. 5. Изменение расхода мелиоранта (а) и ошибка внесения мелиоранта (б) при движении машины по полю при двух технологических проходах.

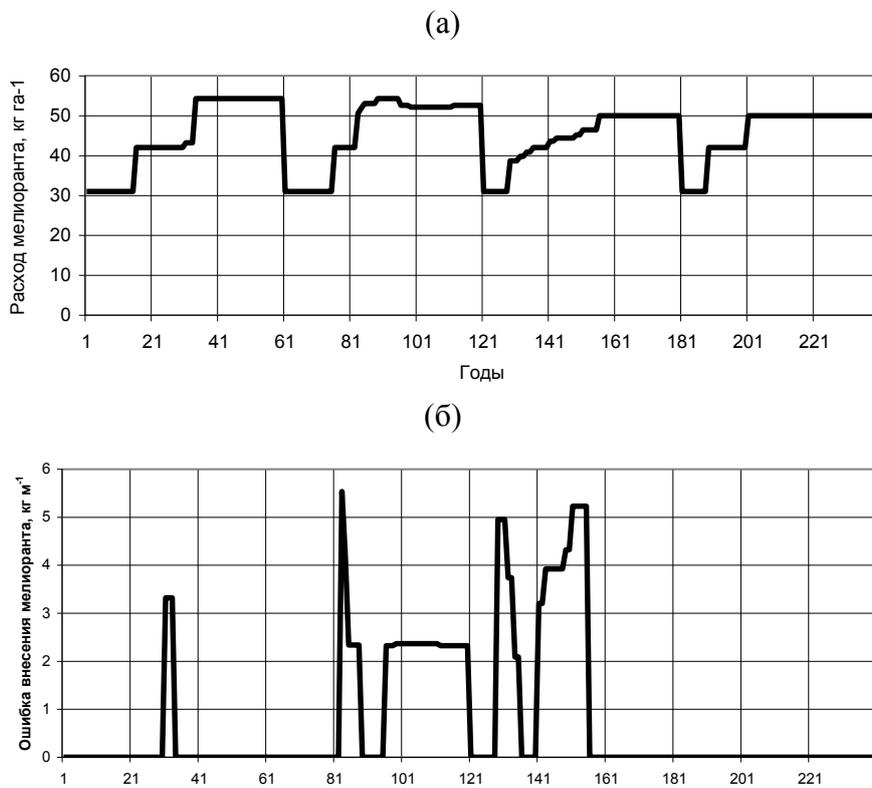


Рис. 6. Изменение расхода мелиоранта (а) и ошибка внесения мелиоранта (б) при движении машины по полю при четырех технологических проходах.

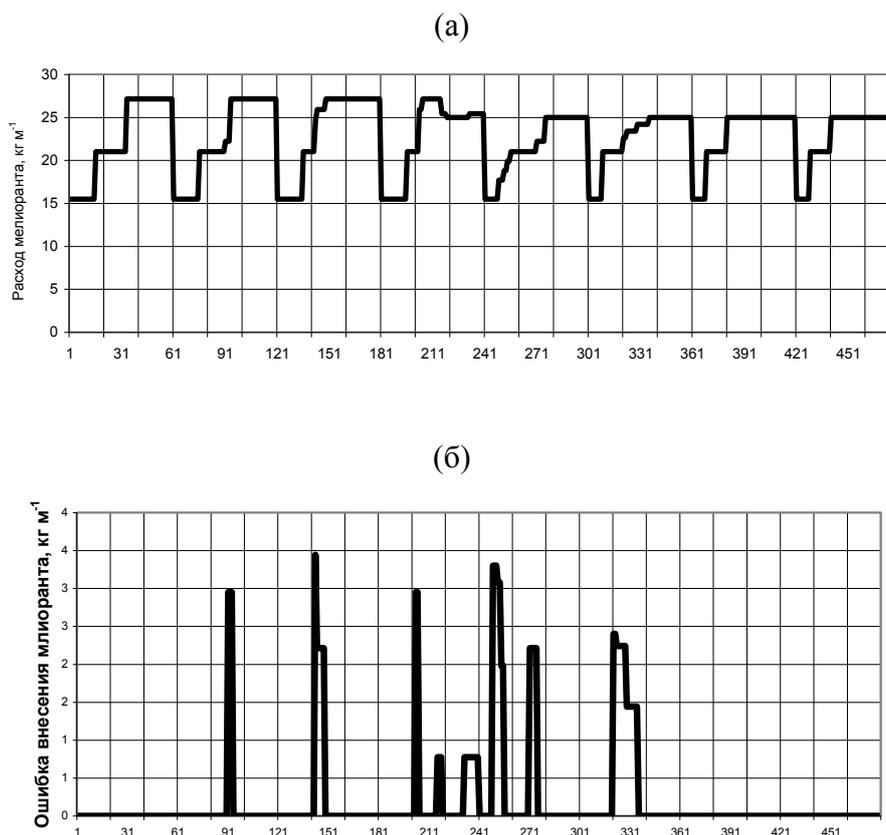


Рис. 7. Изменение расхода мелиоранта (а) и ошибка внесения мелиоранта (б) при движении машины по полю при восьми технологических проходах.

Анализ приведенных графиков показывает, что при уменьшении ширины захвата машины понижается амплитуда колебаний расхода мелиоранта и среднеквадратическая ошибка внесения. Очевидно, что при локальном внесении на элементарных участках пл. 1,2-1,5 м² данная ошибка исключается полностью, что достигается благодаря конструкциям перспективных схем таких машин (Михайленко, 2013).

ВЫВОДЫ

Предложена теория управления химическим состоянием почв, включающая в себя общую постановку задачи, математические модели потерь урожая при отклонениях параметров химического состояния от оптимальных значений для отдельных культур севооборота, динамическую модель химического состояния и критерий оптимальности, представляющий собой средний риск потерь урожая и средств, затрачиваемых на извест-

кование. Для апробации теории разработан программно-технический комплекс, формирующий оптимальные стратегии внесения мелиоранта по годам севооборота, и алгоритм осуществления внесения для первого года севооборота по однородным зонам сельскохозяйственного поля. Параметры оптимальных стратегий внесения мелиоранта в большей степени зависят от набора начального значения показателя кислотности в однородных зонах и выбранных ограничений на минимальную и максимально допустимую дозы и в меньшей степени – от цены мелиоранта. Для традиционных конструкций машин по внесению сыпучих агрохимикатов с постоянным расходом по всей ширине захвата ошибка внесения уменьшается со снижением ширины захвата, приближаясь к нулевому значению при локальном внесении на элементарных участках площадью 1,2-1,5 м².

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Заявка на изобретение №2013135856 «Устройство и способ дифференцированного внесения сыпучих агрохимикатов», дата подачи 30.07.2013 г.
- Казаков И. Е. 1987. Методы оптимизации стохастических систем. М., Наука.
- Миленский А.В. 1975. Классификация сигналов в условиях неопределенности. М., Советское радио. 328 с.
- Михайленко И. М. 2006. Оптимальное управление технологиями в системах точного земледелия // Материалы IX международной научно-практической конференции «Автоматизация и информационное обеспечение производственных процессов в сельском хозяйстве». 19–20 сентября 2006 г. Углич. Т. 1. С. 344–367.
- Михайленко И. М. 2005. Управление системами точного земледелия. СПб., Изд. СПбГУ. 233 с.
- Михайленко И. М., Тимошин В. Н. 2013. Управление кислотностью почв в системах точного земледелия // Агрофизика. 2:58-65.
- Михайленко И. М., Тимошин В. Н. 2010. Электронный агроном. Теоретические основы и программно-техническая реализация // Экологические системы и приборы. № 7. С. 21–26.
- Небольсин А. Н., Небольсина З. П. 2010. Известкование почв. СПб., РАСХН, ГНУ ЛенНИИСХ. 254 с.
- Якушев В. П., Буре В. М., Якушев В. В. 2007. Выделение однородных зон на поле по урожайности отдельных участков // Доклады РАСХН. 3:33-36.
- Якушев В. П., Буре В. М., Якушев В. В., Буре А. В. 2012. Стохастическое моделирование и оптимальные решения при известковании почв // Агрофизика. 2:24-28.